

James Clerk Maxwell

*la Dynamical Theory maxwelliana:
il contributo di JCM
all'Elettromagnetismo Classico*

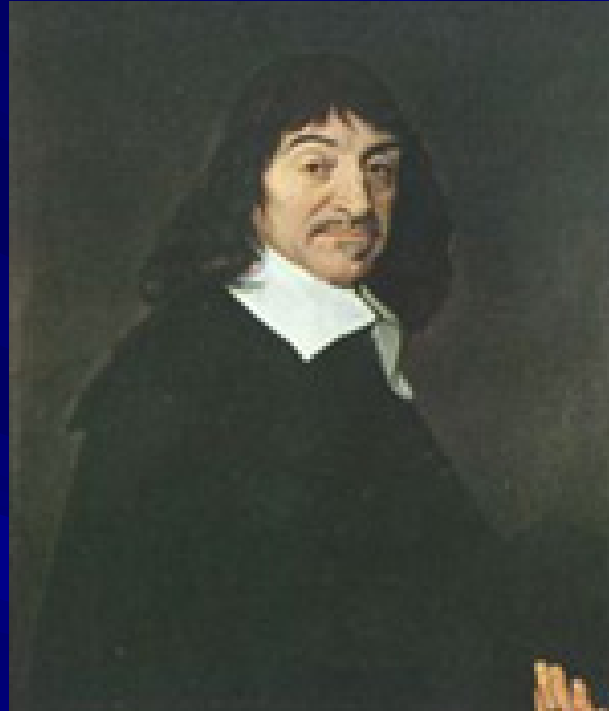
Nel nostro incontro di oggi parleremo:

- delle peculiarità della formazione universitaria di JCM e del suo ruolo nella elaborazione dell'elettromagnetismo classico;
- del contributo di JCM all'elettromagnetismo classico;
- del senso della Dynamical Theory;
- del suo legame con l'elettrotecnica;

Prima di iniziare converrà fare un
breve riassunto delle puntate
precedenti

*Allo scopo procederemo
sinteticamente per punti.*

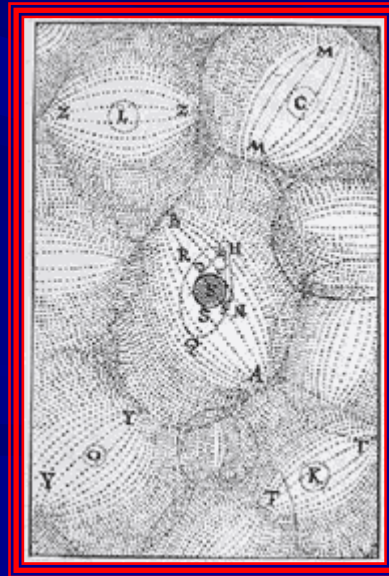
Ai tempi di Descartes



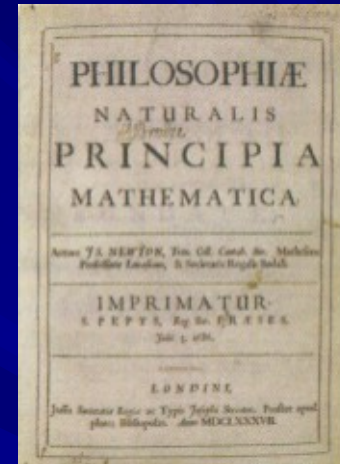
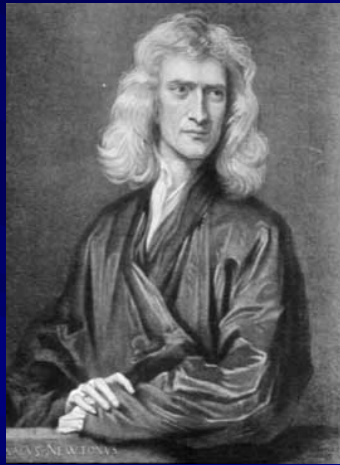
Nihil agit in distans nisi
prius agit in medium

In base ad esso, lo spazio è fisico, è costituito cioè da un non meglio identificato fluido nel quale i corpi sono immersi.

La loro interazione avviene attraverso i vortici creati dal movimento dei corpi stessi.



Con l'avvento di Newton



La legge newtoniana rivoluziona il modello dello spazio e dell' interazione tra i corpi.

L'azione infatti:

- Si propaga a velocità infinita tra corpi in posizione remota;
- L'eventuale idea di una velocità finita nel modello è inaccettabile: con essa salterebbe infatti il terzo principio della Dinamica;
- Lo spazio, ridotto al rango di solo contenitore di corpi, è puramente geometrico; è dunque estraneo all'evento...

Ben presto la polemica tra
cartesiani e newtoniani divampa.
E ci si mettono di mezzo anche
Huyghens e Liebintz

- La legge di Newton è giudicata descrittiva, ma non esplicativa: essa non illumina infatti sul “meccanismo sottostante”;
- L’idea antropomorfa di forza fa invece pensare che essa possa trasmettersi per contatto, diretto o mediato;

Con il tempo, l'idea di forza (legata all'approccio particellare ed all'idea meccanicistica di materia) lascerà posto alla più consistente idea di energia (legata al concetto campistico di spazio fisico: l'onda è energia che si propaga nello spazio)

Per ora la situazione è
ingarbugliata e Newton, che pure in
Ottica si è compromesso
battendosi per le sue convinzioni,
ora prende le distanze.
Al punto tale che la stessa scuola
newtoniana gli sarà estranea.

A chi gli chiede chiarimenti
esplicativi risponde << No
comment>>,

che, nel linguaggio dell'epoca
equivaleva a dire:

<< Hypotheses non fingo>>.

In sostanza:

- È metafisico il modello di Newton?
- È metafisico attendersi che la forza debba trasmettersi tramite un medium?
- Oppure è stata fatta una lettura sbagliata del concetto di spazio e forse lo stesso vuoto ha proprietà fisica che ne fanno un medium?

A proposito dei campi centrali,
facciamo, con gli occhi di oggi,
l'anatomia del campo newtoniano.

La totalità dei campi centrali

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = f(r) \frac{\mathbf{r}}{r}$$

è conservativa. Risulta infatti:

$$\operatorname{rot} \mathbf{v}(\mathbf{r}) = \operatorname{rot} f(r) \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{f(r)}{r} \operatorname{rot} \mathbf{r} + \operatorname{grad} \frac{f(r)}{r} \wedge \mathbf{r} = \frac{f(r)}{r} \operatorname{rot} \mathbf{r} + \frac{d}{dr} \frac{f(r)}{r} \frac{\mathbf{r}}{r} \wedge \mathbf{r}$$

Quanto alla solenoidalità,
l'annullamento della divergenza
porta alla seguente equazione
ordinaria:

$$\begin{cases} 2rf(r) + r^2 \frac{df}{dr} = 0 \\ \forall r \neq 0 \end{cases}$$

il cui integrale generale vale:

$$f(r) = \frac{k}{r^2}$$

Ciò che conferma la soluzione newtoniana come una soluzione “obbligata”.

L'equazione di campo diviene allora:

$$\begin{cases} \mathbf{v} = -\text{grad} \varphi \\ \text{div} \mathbf{v} = 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta_2 \varphi = 0$$

Si tratta di un'equazione ellittica, propria per l'appunto, di una teoria di pseudocontatto.

Del resto, anche dal punto di vista dimensionale si ottiene lo stesso risultato ove si osservi che:

L'invarianza delle leggi di fisiche:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

impone la condizione euleriana:

$$f(t_1 x_1, t_2 x_2, \dots, t_n x_n) = t_1^{\alpha_1} \cdot t_2^{\alpha_2} \cdots t_n^{\alpha_n} f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Per la quale le equazioni, a meno di fattori moltiplicativi adimensionali del tipo:

$$R = \frac{G_1}{G}$$

Debbono essere così esprimibili:

$$y = \text{pf} \left(\frac{X_1}{X_1}, \frac{X_2}{X_2}, \dots, \frac{X_n}{X_n} \right) \cdot X_1^{\alpha_1} \cdot X_2^{\alpha_2} \cdots X_n^{\alpha_n}$$

È classico al riguardo il caso delle
funzioni seguenti:

$$y(t) = Y_M \sin \omega t = Y_M \sin \frac{2\pi}{T} t$$

relazione
trascendente
avente come argomento
un numero puro

relazione
algebraica

$$y(t) = Y e^{-\frac{t}{\tau}}$$

relazione
trascendente
avente come argomento
un numero puro

relazione
algebraica

La legge è dunque a priori del tipo:

$$y = k \cdot x^n$$

Il compito dell'indagine sperimentale sarebbe stato quello di compiere esperienza volte a misurare n e k . La condizione $n=2$ avrebbe espresso la solenoidalità; k sarebbe stato legato alle unità di misura in gioco.

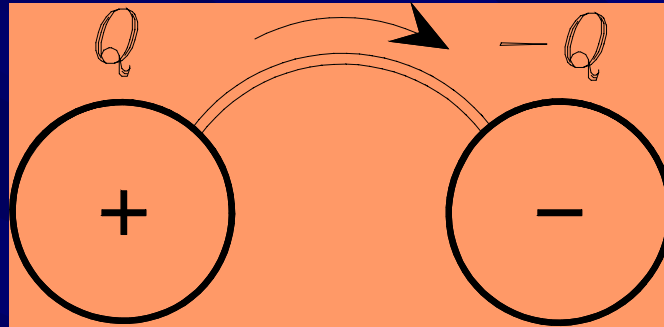
Una volta accettata, tale legge avrebbe investito tutti i fenomeni naturali.

Accettando l'ipotesi particellare propria del meccanicismo, il calore, l'elettricità ed il magnetismo, visti come tre fluidi imponderabili tra loro distinti, avrebbero avuto una lettura per campi centrali.

In questo approccio sostanziale ,
l'elettricità sarebbe stata letta con
la seguente analogia:

Temperatura	Potenziale elettrico
calore	temperatura

Anche se le difficoltà non erano da poco:



Connettendo tra loro le due cariche $\pm Q$, in conformità della teoria dei fluidi, la carica complessiva e dunque il potenziale sarà nullo. In questo caso, è il fluido positivo che migra nella carica nella sfera negativa o avviene il contrario?

Il potenziale...sembra associato ad uno dei due attori quando l'altro è assente...Ma questa è una proprietà particellare propria della teoria sostanziale, oppure è qualcosa che “metafisicamente” appartiene allo spazio?

Come si correla tutto questo con i vortici cartesiani?

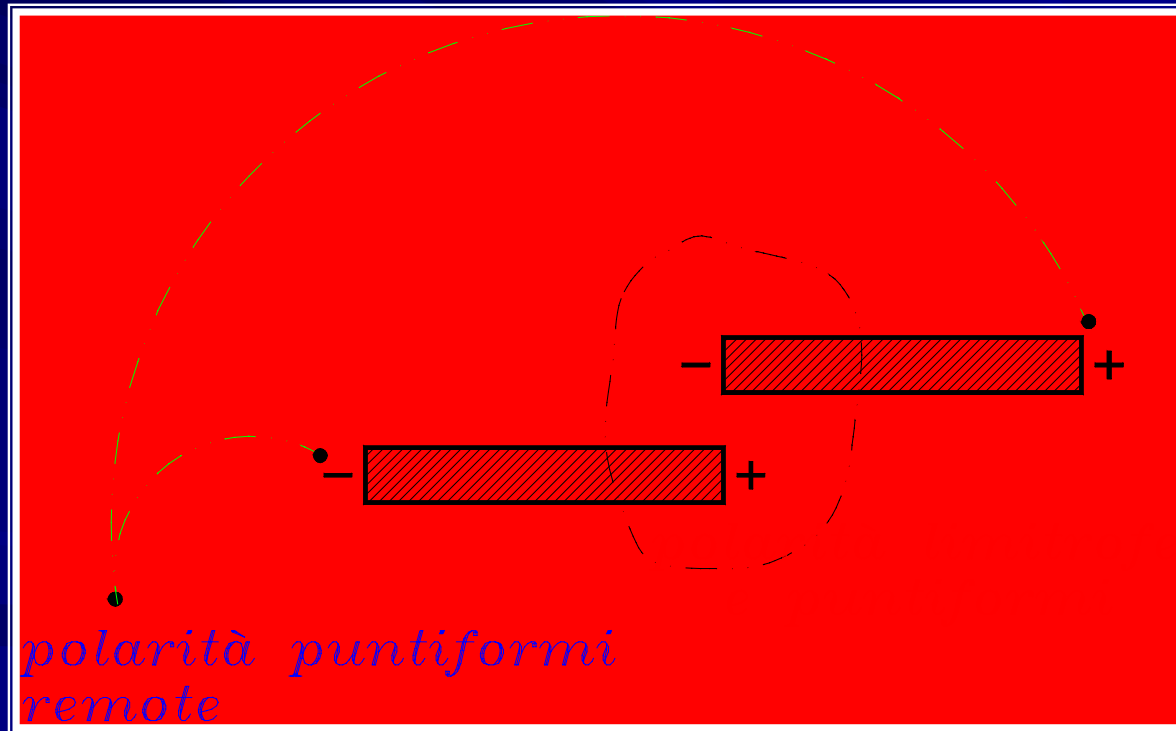
Ut tensio, sic vis:
l'ingegner Coulomb indaga...

studiando i fenomeni elastici ed essendo
anche incuriosito dai fluidi elettrici,
l'Ingegnere Coulomb usa la bilancia di
torsione che aveva da poco perfezionato
per analizzare il fluido elettrico.

L'interazione coulombiana si conferma di tipo newtoniano



L'ingegner Coulomb pensa in
grande ed indaga anche il fluido
magnetico:



Il risultato è ancora particellare
newtoniano a distanza

Postcartesianamente, il
riduzionismo meccanicista trova
dunque sempre più conferma:

- Il modello del mondo di Laplace è interamente basato su campi centrali;
- All'Ecole i lavori di Coulomb, Poisson, Monge, Arago, etc. riportano l'interazione tra fluidi al modello newtoniano

Elettricità e magnetismo sono due fluidi che sia adattano a vivere in universi separati e la cui interazione è newtonianamente governata da un approccio particellare a distanza.

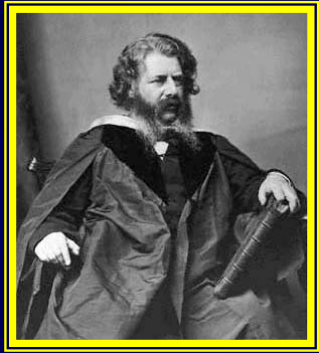
Nel passaggio dall'Illuminismo al Romanticismo, nel momento in cui vi è grande diffidenza tra filosofia e scienza, quest'ultima risulta in netto vantaggio: la sua meccanica si appresta ad essere la condizione di intelligibilità della Natura...

In Germania, von Helmholtz, il grande vecchio, andrà oltre:

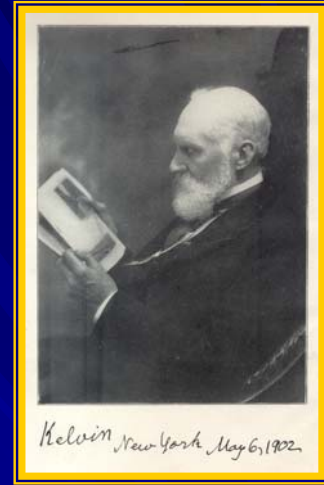
- Enunciato il Principio di Conservazione dell'Energia, mostrerà come la sua validità sia subordinata alla presenza di sole forze centrali...;
- Dall'altra parte della Manica la Dynamical Philosophy, con Kelvin e con Rankine, andrà ben oltre ed arriverà ad affermare che un fenomeno si può ritenere compreso solo quando ne viene concepito un modello meccanico...



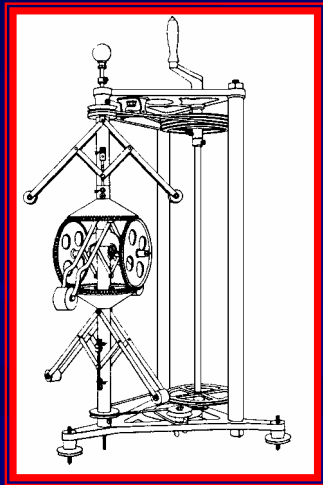
I vortici cartesiani assumono consistenza meccanica e diventano veri e propri marchingegni:



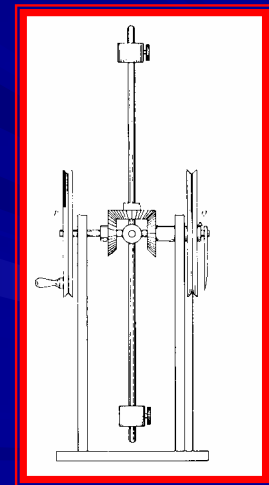
Rankine



Kelvin



modello di
Boltzmann della
legge di Faraday



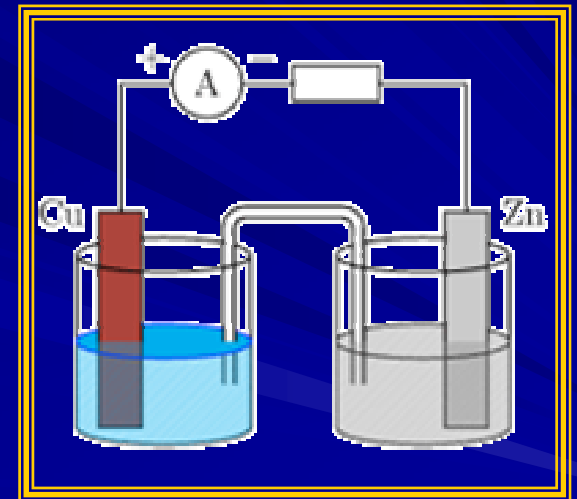
modello di Maxwell
del mutuo induttore

Nel frattempo, mentre l'approccio
particellare trionfa, l'ottica
particellare si appresta a lasciare il
posto a quella ondulatoria.

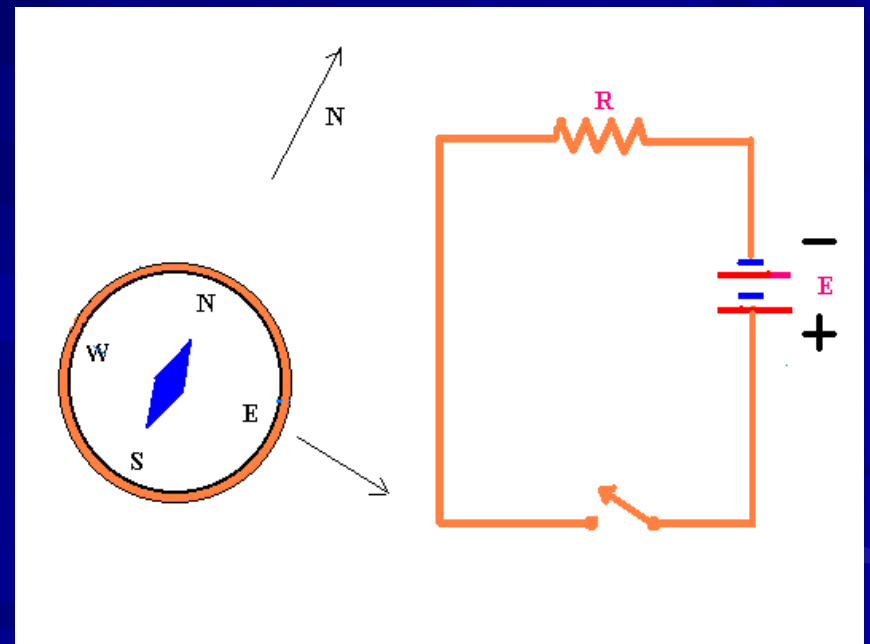
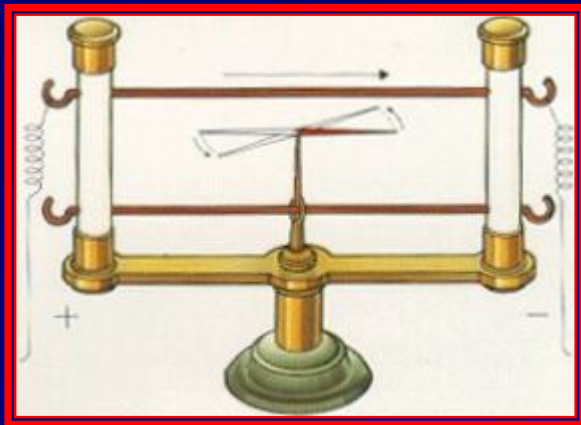
Il mezzo mediante ed attraverso il quale la
perturbazione si propaga è in tal caso
altamente formalizzato: si tratta infatti
dell'etere luminifero...

L'invenzione del campo elettromotore voltiano rivoluziona le regole del gioco:

- Risultano dischiuse possibilità di indagine inimmaginabili!
- All'interno della pila interagiscono fluidi diversi...;
- Le cariche non partecipano in ragione della loro posizione, bensì del loro movimento...;

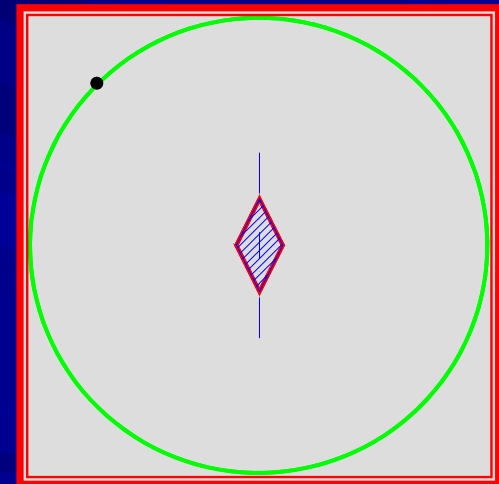
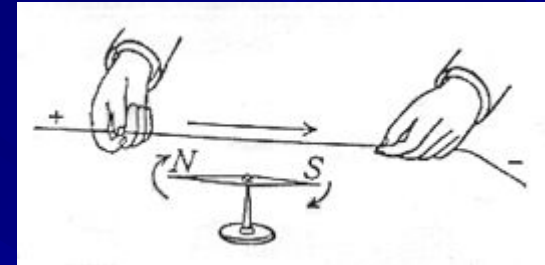


L'enigma inatteso.
Oersted scopre l'elettro-magnetismo: una
corrente elettrica può influenzare un
magnete.



Dunque:

- L'elettricità ed il magnetismo non sono due fluidi distinti: il fluido elettrico condiziona infatti quello magnetico;
- La forza non è centrale;
- Il ruolo dell'elettricità non è legato alla posizione delle cariche, bensì alla loro velocità;

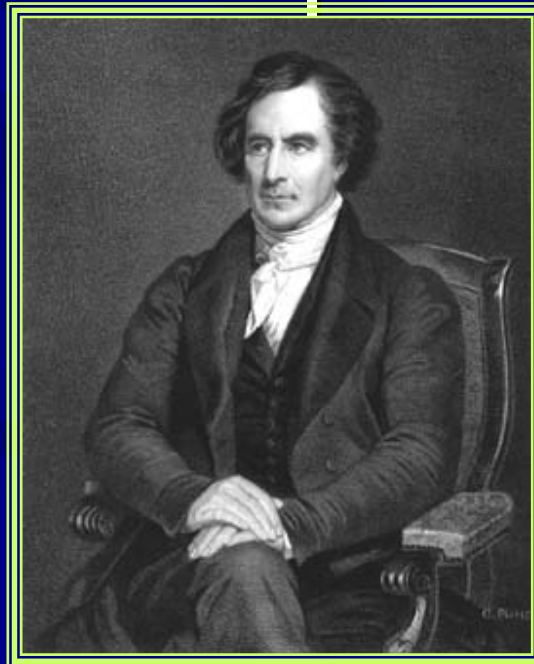


Il modello meccanicistico per forze centrali va dunque abbandonato.

Lo spazio non è più un contenitore di corpi, ma, secondo la filosofia della natura tedesca, è la sede di conflitti tra fluidi diversi cui vanno attribuite le interazioni.

Nello spazio esterno agli oggetti vanno dunque ricercate le ragioni profonde dell'interazione.

Il rifiuto dell'Ecole è totale. Ad Arago viene affidato il compito di mostrare come le forze siano di fatto newtonianamente centrali.



Arago

Il tentativo fallisce ed il gioco passa ad un personaggio goffo e distratto: André Marie Ampère. Un tale che, nel suo *buen retiro*, si occupa quasi di tutto, dalla botanica alla letteratura, dalla biologia alla fisica matematica...



il Buen Retiro amperiano...

ed anche eternamente sulle nuvole...

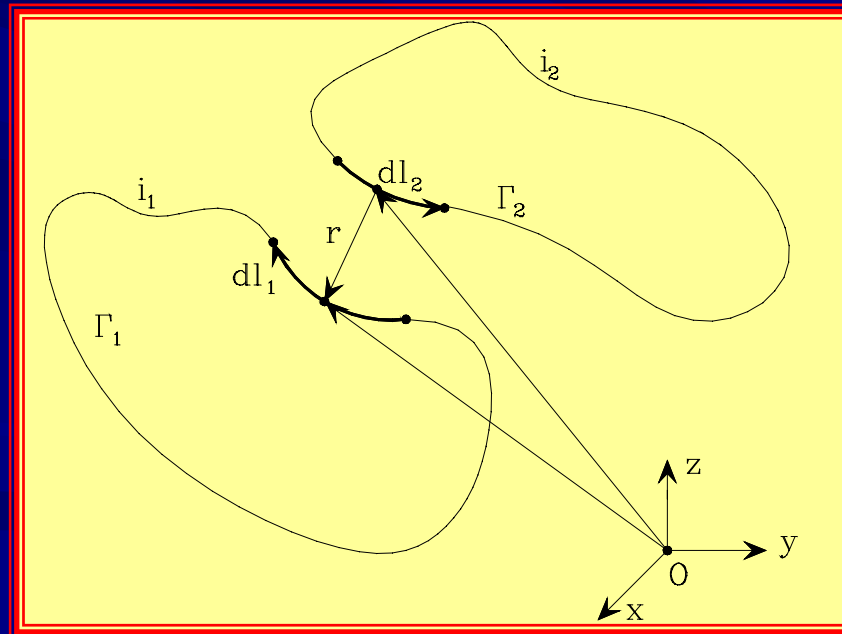
Parigi, primi dell'Ottocento. Nel bel mezzo di una riunione dell'Académie des Sciences di Francia, l'Imperatore in persona fa il suo ingresso nel prestigioso istituto, andando a sedersi tra gli accademici. Tra essi ve n'è uno che, ad alta voce, chiede al presidente di sessione chi sia il nuovo arrivato, non avendolo affatto riconosciuto. Nell'imbarazzo generale, lo stesso Bonaparte – sorridendo – si rivolge a quello svagato studioso con insolita bonarietà: «Vedete, signore, quanto sia poco piacevole vedersi raramente tra noi colleghi». Quindi, aggiungendo: «So tuttavia come obbligarvi almeno a dirmi buongiorno». E lo invita a pranzo per il giorno dopo. Ma l'indomani, alla sontuosa tavola nel salone da pranzo di Napoleone c'è una sedia vuota: quella riservata ad André-Marie Ampère, che si è dimenticato dell'invito.

Postulando l'esistenza di correnti
molecolari amperiane, Ampere
riconduce il magnetismo
all'elettricità e fonda
l'elettrodinamica.

L'azione, di tipo particellare, si
conferma dunque newtoniana, cioè
centrale a distanza.

L'approccio newtoniano sembra salvato...

$$\mathbf{f}_{21} = \frac{\mu}{4\pi} i_1(t) i_2(t) \oint_{\Gamma_1} \oint_{\Gamma_2} \frac{d\mathbf{l}_1 \wedge (d\mathbf{l}_2 \wedge (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1))}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3}$$



In particolare sembra possibile introdurre il concetto di campo magnetico in piena analogia col caso coulombiano.

Posto:

$$\frac{\mu}{4\pi} i_2(t) \oint_{\Gamma_2} \frac{(\mathbf{dl}_2 \wedge (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1))^\Delta}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} = \mathbf{b}_2$$

si ha infatti:

$$\mathbf{f}_{21} = i_1(t) \oint_{\Gamma_1} \mathbf{dl}_1 \wedge \mathbf{b}$$

Il passaggio dal globale al particolare, suffragato comunque nei risultati conseguiti dall'evidenza sperimentale, non poteva certo considerarsi nuovo: Newton stesso se ne era già servito per lo studio dell'interazione Terra-Luna.

Sotto l'aspetto metodologico però, ed ancora una volta proprio sulle premesse, gli esiti ottenuti da Ampère non potevano dirsi newtonianamente dedotti dall'esperienza.

L'asserto preliminare, in base al quale le forze apparirebbero dirette secondo la congiungente i baricentri dei due elementi di circuito, data l'impossibilità di compiere misure su tratti di conduttore elettricamente distinti dalla restante parte di circuito, non poteva infatti assumersi come un dato della sperimentazione.

L'impressione suscitata dai lavori di Ampère
fu profonda e durevole.

La possibilità che egli chiaramente aveva
mostrato di poter applicare anche ai
fenomeni galvanici quei metodi matematici
da cui di fatto derivava il trionfo della
meccanica e dell'elettrostatica, era molto
importante e sarebbe risultata quanto mai
feconda per la nascente scienza elettrica.

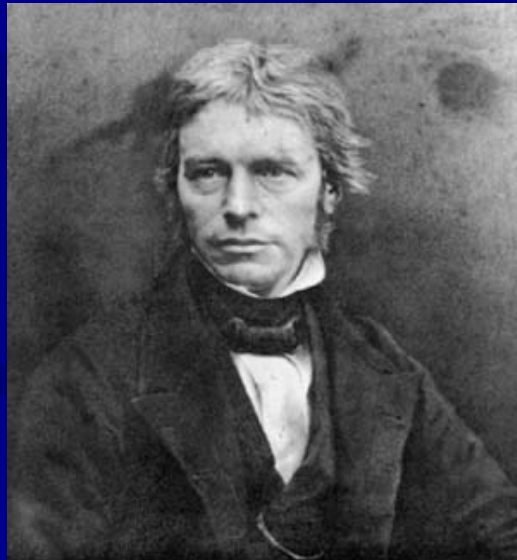
Ampere, in Newton dell'elettricità...

- L'approccio non riporta dunque alla lettura newtoniana
- Le correnti amperiane sono solo un postulato che non può contare sul supporto dell'evidenza sperimentale.
- Il modello amperiano non viene accettato dalla scienza ufficiale...

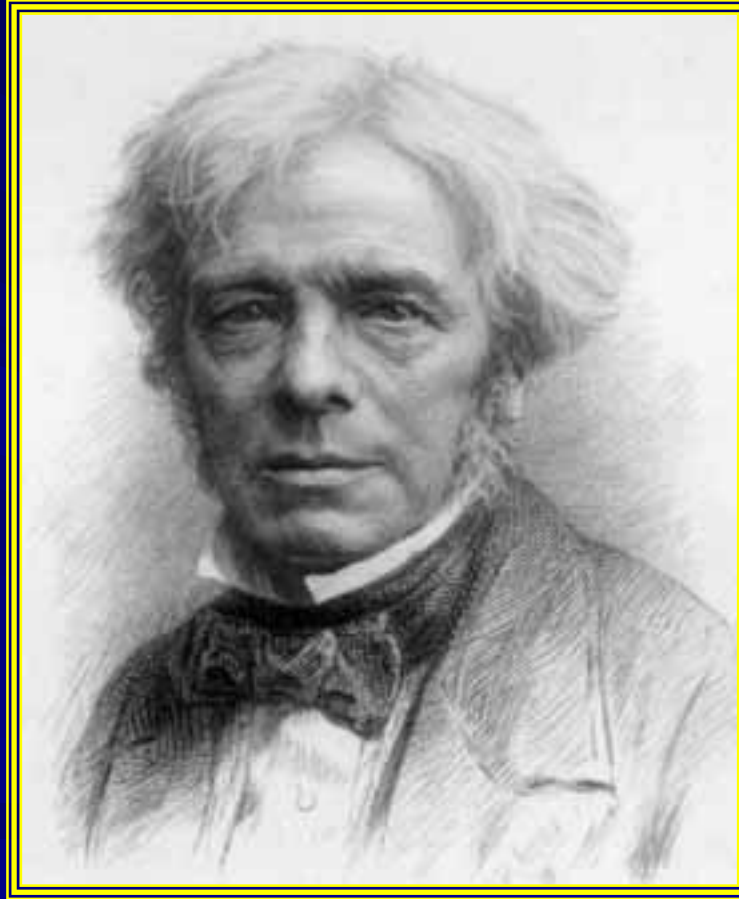
E non si trattò di un processo a porte chiuse, perché su tale posizione si collocò la massima parte dei fisici inglesi.

Tra questi un autodidatta particolarmente geniale:

Faraday

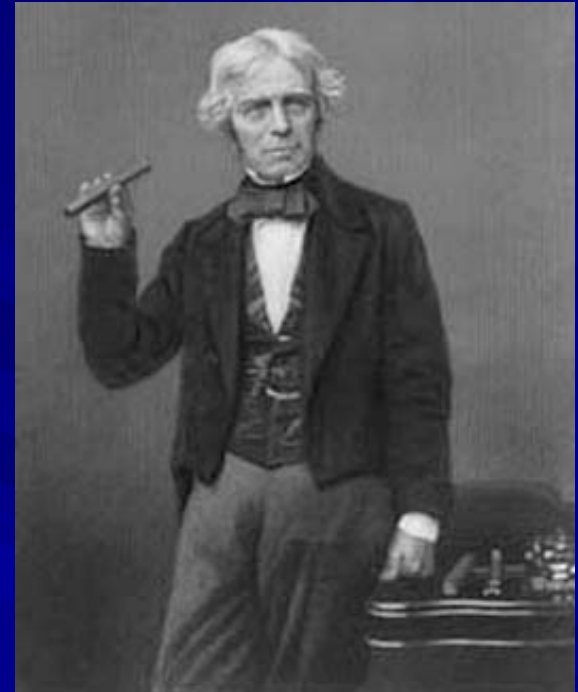


Materia, forza ed energia: la nozione di campo



Ebbe il senso dello spazio fisico come ben pochi altri scienziati. Questa visione profonda della natura fu in lui quasi una ricompensa per quella incapacità di astrazione che gli derivava dalla formazione mancata.

Forse proprio per questo fu definito «un Leonardo degli studi di laboratorio che vedeva le cose ma non poteva disegnarle».



- Nel 1831 Faraday inizia la pubblicazione delle sue *Experimental Researches on Electricity*
- In esse indaga sull'interazione tra i magneti e le correnti elettriche;
- Non avendo dietro di sé il condizionamento di studi accademici, egli non è condizionato dagli schemi newtoniani in voga, può ragionare in proprio e, ragionando da chimico che si occupa di elettromagnetismo, avere idee rivoluzionarie...

Aderendo con Oertse alla filosofia della natura tedesca, egli subisce suggestioni neocartesiane ed afferma che l'analisi dei fenomeni deve rivolgere la propria attenzione allo spazio esterno nel quale gli oggetti sono immersi.

Ragionando da chimico, assimila il solenoide ad una pila immersa in una soluzione acida che la decompone diffondendola nell'intero acido circostante.

Comincia a pensare al concetto di campo e lo visualizza con l'esperimento della limatura di ferro.

In tale ottica, secondo lui:

l'agire reciproco tra correnti e magneti non avveniva assolutamente per linee rette, ma tangenzialmente a particolari curve che egli denominava linee di forza

Lo spazio in cui si incurvavano le linee di forza non era dunque più la scatola inerte entro la quale ruotavano i meccanismi perfetti del cosmo laplaciano, ma diventava invece una struttura del tutto compromessa con l'evento: non era possibile pensare ad un magnete se non si prendeva in considerazione anche lo spazio ad esso circostante, cioè tutto ciò che era esterno al magnete. E questo valeva anche per i corpi elettrizzati e, in ogni caso, per le masse gravitazionali.

In accordo con tali risultati, la comprensione dei fenomeni elettromagnetici non poteva più ignorare quella del processo fisico mediante il quale la materia e lo spazio trasmettevano i loro poteri elettrico e magnetico.

Tali conclusioni comportavano innanzitutto l'individuazione del mezzo nel quale il fenomeno stesso avveniva ed una definizione delle sue proprietà.

La fisica proponeva al riguardo l'etere.
Un etere matematico la cui struttura
concettuale era stata condotta
dall'École ad un elevato grado di
perfezione formale.

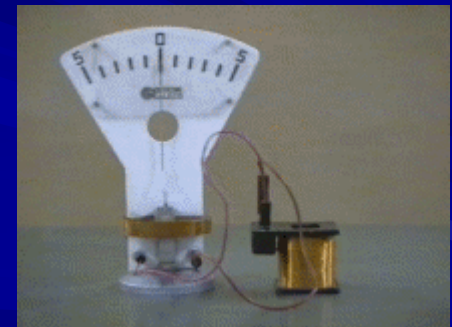
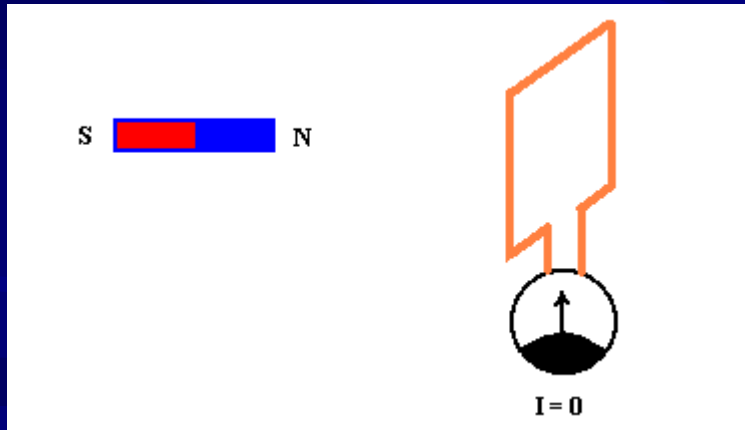
Ed il cui potere esplicativo, confermato
sperimentalmente sia nella concezione
corpuscolare che in quella ondulatoria,
ne faceva un punto di riferimento
difficilmente rinunciabile

Faraday respingeva istintivamente tale lettura. Secondo lui esisteva invece un non meglio identificato *stato elettrotonico*, il quale, rendendo possibile l'esistenza materiale delle linee di forza, consentiva il verificarsi dei fenomeni di induzione. Tale condizione risultava però osservabile solo a fronte di perturbazioni del sistema, per cui, di fatto, se ne potevano indagare le sole variazioni.

L'indagine appariva dunque assai complessa. Secondo Faraday, l'analisi di tali processi suggeriva l'esistenza, nella catena degli effetti, di un anello non ancora individuato e la cui mancanza impediva la comprensione completa e definitiva del meccanismo fisico della trasmissione dell'azione. L'anello mancante, in particolare, doveva trovarsi non tanto nei corpi quanto nel processo di trasformazione reciproca delle forze elettrica e magnetica. Queste infatti, a suo avviso, costituivano la diversa manifestazione di una sola condizione particolare della materia e dovevano essere reciprocamente convertibili mediante un processo o una variazione delle condizioni del sistema che era ancora da identificarsi.

Nel frattempo, avuto il benestare di Felici a Pisa, nel 1831 Faraday presenta alla Royal Society la sua legge sull'induzione. Non è corredata di alcun formalismo matematico, ma già correla il concetto intuitivo di fem con la variazione di uno stato del campo magnetico che egli riconduce al flusso del campo magnetico ed al concetto di stato elettrotonico.

La reciprocità rispetto
all'esperimento di Oersted è
verificata: un campo magnetico
variabile crea un campo elettrico
indotto.

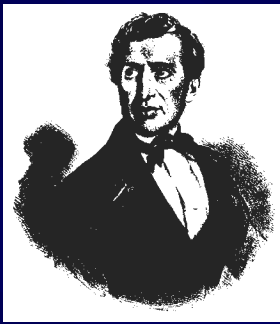


I quesiti posti da Faraday lasciavano intuire il suo isolamento intellettuale.

Le sue ricerche non trovavano spazio nella fisica continentale del tempo.

Veniva accusato, con la sua affezione per le linee di forza, di essere un metafisico.

Inoltre, rigettando l'azione a distanza era considerato un antinewtoniano. Un eretico insomma...

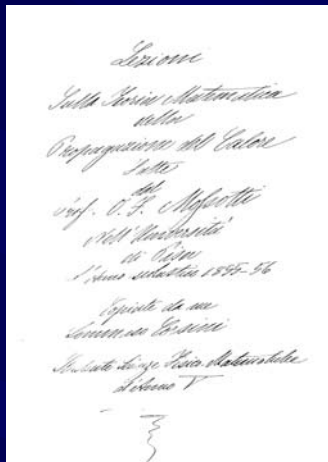


L'unica eccezione era costituita dalla scuola di Pisa, dove, proprio in quegli anni, sotto l'influenza del pensiero newtoniano e della filosofia della natura tedesca, la fisica dell'azione a distanza aveva trovato un momento di grande lucidità nell'opera di F. O. Mossotti.

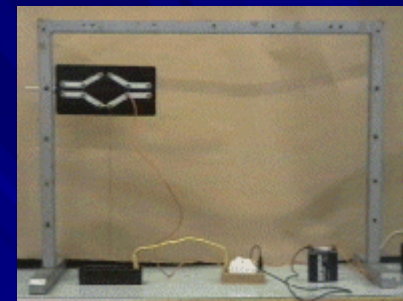
Infinitamente variata nei suoi effetti - asseriva il fisico matematico italiano - la natura non è semplice che nelle sue cause».

Da Boschovich egli traeva poi la convinzione che queste forze, purché valutate su distanze sufficientemente ampie, si trasformassero in azioni gravitazionali.





manoscritto di
Mossotti



Faraday studiò a fondo Mossotti e ne accettò la tesi di fondo secondo cui tutti i fenomeni naturali erano unificabili in una sola forza presente nella materia.

Ne respinse invece sia il riferimento all'azione a distanza che il ruolo assegnato all'etere...

L'etere: un inutile duplicato della materia

Per Faraday occorreva invece un mutamento radicale. Non l'etere, ma direttamente la materia stessa, vista come *continuum* onnipervadente, era il medium dove si svolgevano i fenomeni

Arrivati a questo punto, occorreva ormai un'analisi del tutto nuova dei concetti di spazio e di tempo, che fosse in grado di inquadrare tali nozioni sia nel *continuum* onnipervadente lo spazio, sia nell'idea di velocità di propagazione finita ad esso legata.

Una lettura di tale tipo, se accettata, apriva però un interrogativo inquietante: come potevano gli eventi elettromagnetici propagarsi nelle porzioni di spazio che erano prive di materia?

Si poteva forse ammettere che il *nulla* avesse caratteristiche materiali sue proprie?

In caso affermativo lo spazio puro avrebbe perduto quelle caratteristiche di autonomia dalla materia che il Rinascimento gli aveva attribuito e di cui godeva nella filosofia naturale newtoniana.

Inoltre, un'ipotesi di tale tipo, associata ad un'accettazione acritica della concezione atomistica, conduceva a contraddizioni insanabili.

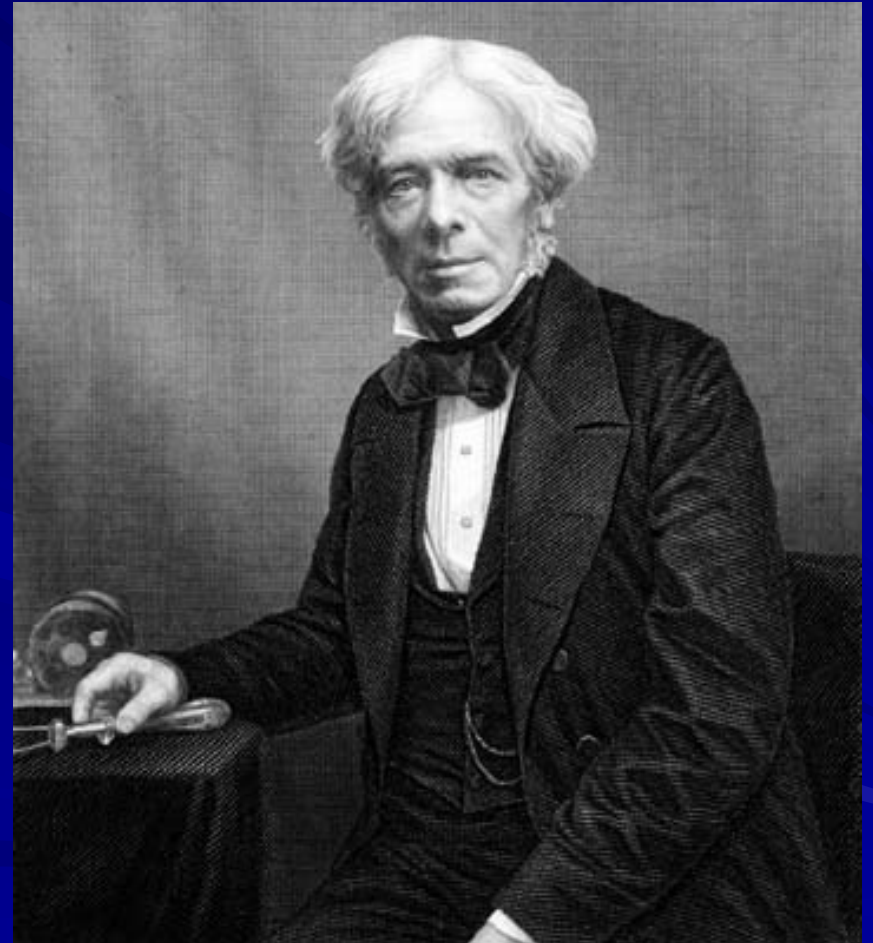
«Esistono - si domandava Faraday - particelle materiali separate da uno spazio continuo?» In caso affermativo, se lo spazio è isolante per l'elettricità, allora in natura non possono esistere i conduttori. Questi, infatti, sarebbero risultati un insieme di particelle conduttrici immerse in un isolante. Se, invece, lo spazio è conduttore allora, e per ragioni analoghe, non avrebbero potuto esistere i materiali conduttori.

Il grande disegno

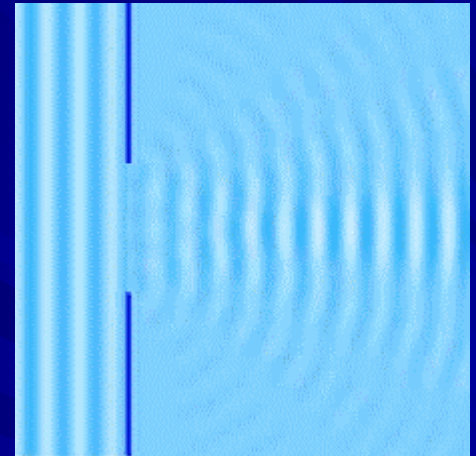
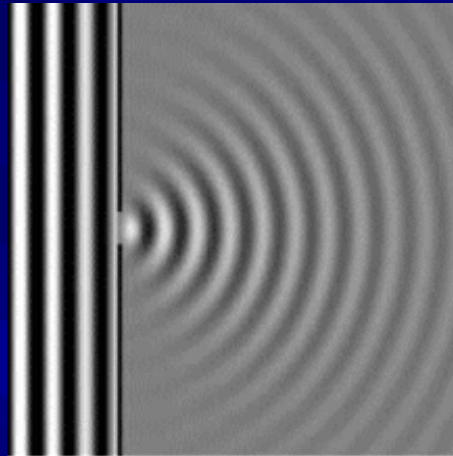
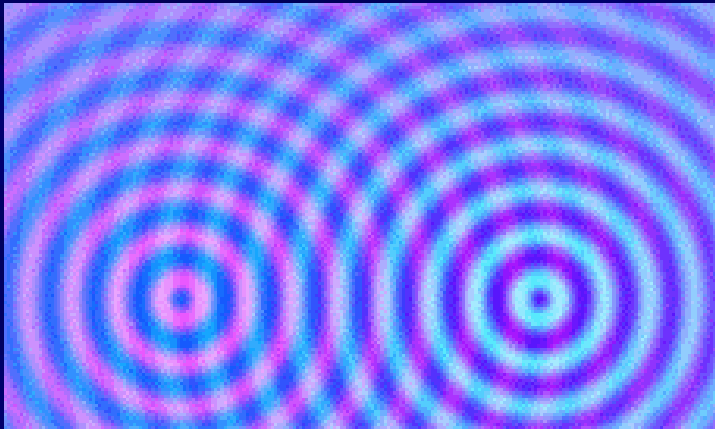
Si trattava di un'alternativa globale la cui accettazione avrebbe comportato un'ampia e profonda revisione dei concetti stessi di particella, di materia e di spazio.

Lo stesso Faraday, consapevole delle difficoltà, prendeva le distanze da queste sue riflessioni, che, prudentemente, si affrettava a chiamare «l'ombra di una speculazione».

Un fatto era comunque certo: nel tentativo di unificare le azioni naturali, il campo gravitazionale si andava insinuando, fino a condizionarlo, nel grande progetto faradiano.



Forse anche tale azione trasmetteva i propri poteri nello spazio con celerità finita, così da richiedere un tempo non nullo per solcarlo...



In effetti il discorso portato avanti dal grande fisico era di tipo teorico. Esso investiva infatti, con le nozioni stesse di spazio, tempo e materia, i concetti basilari che la scienza dell'ottocento aveva fino a quel momento tenuto racchiuso e custodito in uno spazio fisicamente passivo al procedere della natura.

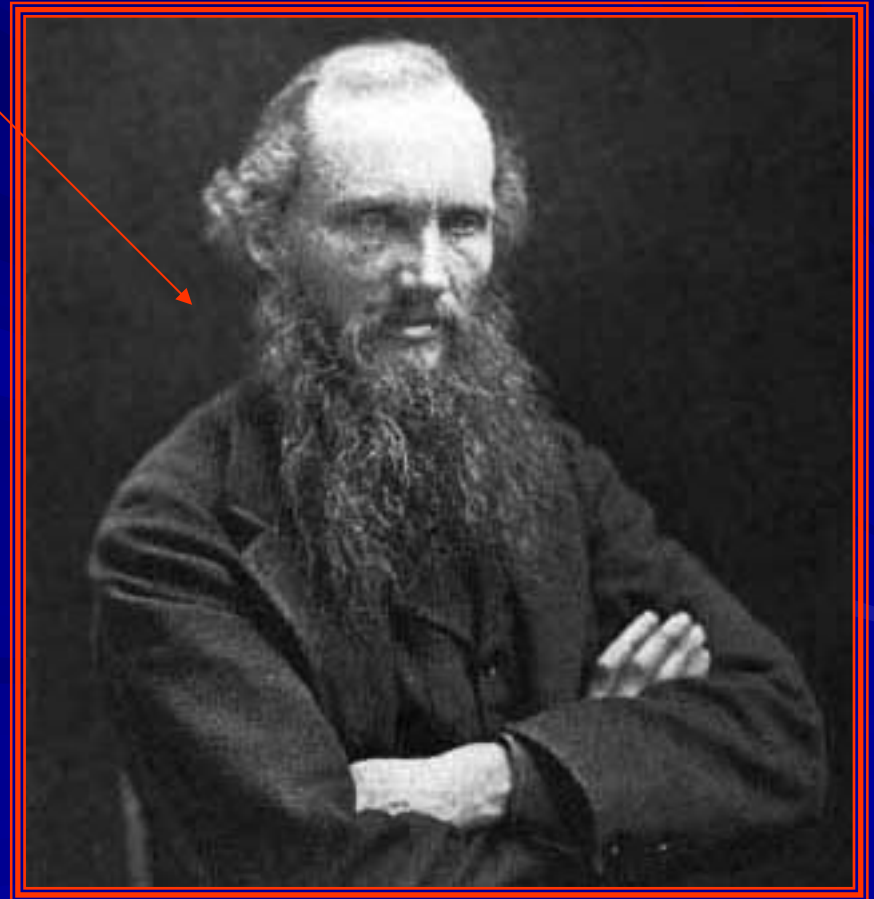
Non poteva pertanto essere proposto come una semplice sequenza descrittiva di misure indipendenti dal momento teorico.

Quanto a Faraday, egli fu senz'altro uno sperimentatore geniale, ma con lui, del tutto digiuno di matematica, le sue idee, quanto mai anticipatrici nel *saper vedere materia dove i matematici avevano visto solo spazio*, non potevano, se non in modo schematico ed elementare, essere elaborate analiticamente.

Per tale ragione la sua nozione di campo fu vissuta dalla maggior parte dei suoi contemporanei come un semplice artificio metafisico, atto, al più, all'interpretazione di fenomeni la cui genesi era da interpretarsi altrove.

Alla sua filosofia naturale, con ben altri esiti, avrebbe potuto essere utile la matematica con cui, dal settecento in poi, erano stati trattati i problemi di elasticità e di idrodinamica.
Quei problemi in cui, in Inghilterra,

Stokes e Kelvin erano invece abilissimi...



Niente di strano, dunque, che il compito di “mettere in equazione il pensiero di Faraday” passasse ad un giovane e brillante fisico-matematico scozzese, J.C. Maxwell, allievo di Gabriel Stokes, particolarmente coltivato e perfezionato a Cambridge nelle equazioni differenziali a derivate parziali.

Dotato di grande capacità nella rappresentazione spaziale dei sistemi fisici, con lui i campi sarebbero diventati, come occorreva, quantità fisiche da indagarsi tramite equazioni differenziali.

*Grazie alla sintesi di questo
matematico e filosofo della scienza, ne
sarebbero conseguenze conoscitive
incalcolabili.*

